

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ผู้จัดทำโครงการได้ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องในการออกแบบและทำการสร้างระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสมดุลแนวตรง เพื่อเป็นพื้นฐานองค์ความรู้ประกอบกับทฤษฎีของโครงการ โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

- 2.1 สมองกลฝังตัว(Embedded)
- 2.2 เซนเซอร์วัดค่ามุม(Angle Sensor)
 - 2.2.1 เซนเซอร์วัดความเร่ง(Accelerometer)
 - 2.2.2 เซนเซอร์วัดความเอียง(Gyro Scope)
- 2.3 สมการKalman Filter
- 2.4 วงจรขับเคลื่อนมอเตอร์(Drive Motor)
- 2.5 ตัวควบคุมการทำงาน
 - 2.5.1 ตัวควบคุมแบบPID Control
 - 2.5.2 ตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control
- 2.6 ทฤษฎีการรักษาสมดุลของระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสมดุลแนวตรง
- 2.7 ทฤษฎีโมเมนตัมและการรักษาสมดุลของแรง
 - 2.7.1 ทิศทางของโมเมนตัม
 - 2.7.2 กฎของโมเมนตัม
 - 2.7.3 คาน
 - 2.7.4 หลักการและขั้นตอนการคำนวณเรื่องคานและโมเมนตัม
 - 2.7.5 การใช้โมเมนตัมในชีวิตประจำวัน

2.1 สมองกลฝังตัว(Embedded System)

สมองกลฝังตัว หมายถึง ระบบคอมพิวเตอร์ขนาดเล็กที่ประกอบด้วยอุปกรณ์ควบคุมต่างๆดังนี้

2.1.1 หน่วยประมวลผลกลาง(Central Processing Unit:CPU) ทำหน้าที่ประมวลผลการทำงานต่างๆของโปรแกรม

2.1.2 หน่วยความจำ(Memory) ทำหน้าที่ในการเก็บข้อมูล สามารถแบ่งได้เป็นสองส่วน ประกอบด้วยหน่วยความจำโปรแกรม(Program Memory) กับหน่วยความจำข้อมูล(Data Memory) โดยที่หน่วยความจำข้อมูลทำหน้าที่เก็บข้อมูลของโปรแกรมที่ทำงานในหน่วยความจำโปรแกรม

2.1.3 ส่วนติดต่อภายนอก(Port) มี 2 ส่วน ประกอบด้วยส่วนติดต่ออินพุตและส่วนติดต่อเอาต์พุต โดยส่วนติดต่ออินพุตคือตัวที่จะต่อกับอุปกรณ์อื่นๆ เพื่อรับสัญญาณข้อมูลเข้ามาเช่น สวิตช์(Switch),เซนเซอร์(Sensor) เป็นต้น เพื่อใช้เป็นตัวส่งสัญญาณให้ระบบเพื่อไปสั่งการทำงานส่วนติดต่อเอาต์พุตซึ่งเป็นอุปกรณ์ทำงาน เช่น หลอดไฟ,แอลอีดี(Light Emitting Diode:LED),หน้าจอแอลซีดี(Liquid Crystal Display:LCD) เป็นต้น

2.1.4 ช่องทางเดินของสัญญาณ(Address Bus) คือเส้นทางที่ใช้ในการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างซีพียูกับหน่วยความจำ ซึ่งสามารถแบ่งเป็นช่องทางเดินของสัญญาณได้ดังนี้

2.1.4.1 ข้อมูล(Data Bus)

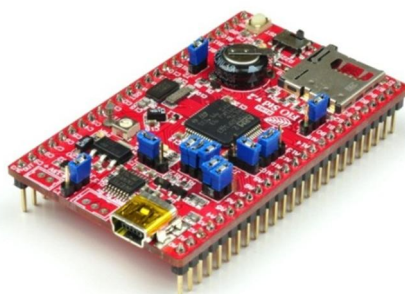
2.1.4.2 การติดต่อช่องทางเดินของสัญญาณ(Communication)

2.1.4.3 การควบคุมช่องทางเดินของสัญญาณ(Control Bus)

2.1.5 สมองกลฝังตัวรุ่น Fio Standard

โดยมีคุณสมบัติของบอร์ดดังนี้

- 2.1.5.1 ใช้หน่วยประมวลผลกลางรุ่นARM 32-bits CortexTM – M3 (STM32F103RET6) ความละเอียดสูงสุด 32 บิต ทำงานที่ความถี่ 72 เมกะเฮิร์ตซ์
- 2.1.5.2 หน่วยประมวลผลกลางมีความเร็วสูงสุด 496 กิโลไบต์ ใช้หน่วยประมวลผลชนิดSRAM (Static Random-Access Memory:SRAM)
- 2.1.5.3 รองรับการพัฒนาโปรแกรมMATLABTM 2009a, SimulinkTM
- 2.1.5.4 ใช้ช่องทางการสื่อสารแบบUSB(Universal Serial Bus:USB) เชื่อมต่อผ่านโปรแกรมMATLABTM
- 2.1.5.5 มีGPIO(General-Purpose Input/Output:GPIO) จำนวน 51 ช่องสัญญาณ
- 2.1.5.6 มีช่องรับสัญญาณอนาล็อก 16 ช่องสัญญาณความละเอียดสูงสุด 12 บิต
- 2.1.5.7 มีการสื่อสารแบบUART(Universal Asynchronous Receiver or Transmitter:UART) ที่ประกอบไปด้วย TTL Logic, 3 SPI, 2 I²C, 1 CAN เป็นต้น
- 2.1.5.8 รองรับการใช้งานของแหล่งจ่ายไฟจากภายนอกที่มีขนาด 5 โวลต์ถึง 15 โวลต์



ภาพที่ 2.1 ไมโครคอนโทรลเลอร์รุ่นFio Standard

2.2 เซนเซอร์วัดค่ามุม

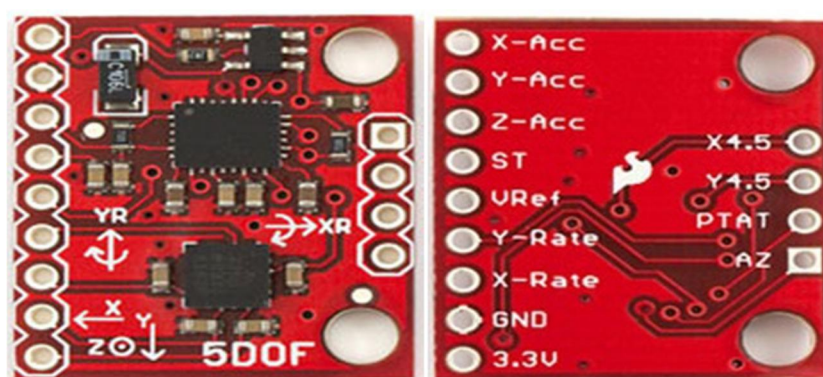
เนื่องจากเซนเซอร์ที่ใช้วัดค่ามุมได้โดยตรงนั้นมีราคาสูงมาก แต่ปัจจุบันมีเทคโนโลยีในการใช้เซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดความเอียงมาพัฒนาเพื่อนำมาใช้ในการหาค่ามุมได้ โดยชนิดของเซนเซอร์ที่เลือกใช้จะใช้เป็นชนิดMEM(Micro Electronic Mechanical:MEM) การทำงานของเซนเซอร์จะเปลี่ยนค่าของแรงดันระหว่าง 0 โวลต์ถึง 3.3 โวลต์ตามความเร่งและความเอียงที่เปลี่ยนแปลงไป

2.2.1 เซนเซอร์วัดความเร่ง(Accelerometer)

เซนเซอร์วัดความเร่งใช้ไอซีเบอร์ ADXL335 จะใช้พลังงานไฟฟ้าต่ำ สามารถวัดความเร่งได้ทั้งสามแกนซึ่งส่งแรงดันออกตามค่าความเร่งที่เปลี่ยนไป มีสเกลในการวัดความเร่งมากที่สุดถึง ± 3 ระดับ นอกจากค่ามุมที่ประยุกต์ใช้งานแล้วและเซนเซอร์วัดความเร่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้วัดแรงสั่นสะเทือนได้อีกด้วย ความถี่ในการใช้งานของเซนเซอร์จะอยู่ในช่วงระหว่าง 0.5 เฮิร์ตถึง 1600 เฮิร์ต โดยที่ขนาดของเซนเซอร์มีขนาดกว้าง 4 มิลลิเมตรยาว 4 มิลลิเมตรสูง 1.45 มิลลิเมตรซึ่งมีขนาดเล็กทำให้สะดวกต่อการใช้งาน

2.2.2 เซนเซอร์วัดความเอียง(Gyroscope)

เซนเซอร์วัดความเอียงใช้ไอซีเบอร์ IDG-500 ซึ่งเป็นเซนเซอร์ที่มีราคาถูก สามารถส่งค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่ามุมได้ถึงสองแกนภายในไอซีตัวเดียว โดยใช้เทคโนโลยีในรูปแบบการส่งแบบMEM คือจะเปลี่ยนค่าแรงดันภายในเมื่อเกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่ามุมเอียงและส่งค่าแรงดันเปลี่ยนแปลงออกมาใช้งาน โดยภายในวงจรจะมีการกรองสัญญาณความถี่ต่ำ เพื่อลดสัญญาณรบกวนที่ไม่ต้องการ



ภาพที่ 2.2 เซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดความเอียง

ชนิด MEM 5DOF (5Degree Of Freedom: 5DOF)

2.3 สมการKalman Filter

Kalman Filterเป็นการประมวลผลข้อมูลจากเซนเซอร์หลายประเภทภายใต้สัญญาณรบกวน (Noise) เพื่อให้ได้สเตตที่ดีที่สุดของระบบ(Optimal) โดยใช้วิธีทางสถิติ(Statistic) Kalman Filter ใช้เพื่อที่จะประมาณสเตต X_k ในเวลาใดเวลาหนึ่งแบบDiscrete time สามารถเขียนเป็นสมการสเตตที่คาดหวัง(State Prediction) ได้ดังนี้

$$X_k = AX_{k-1} + BU_{k-1} + W_{k-1} \quad (2-1)$$

โดยที่

X_k คือ สเตตของระบบที่เกิดจากการทำนายที่เวลา k

X_{k-1} คือ สเตตของระบบที่เวลา $k-1$

U_{k-1} คือ สเตตของระบบที่เวลา $k-1$

A, B คือ สมการถ่ายโอนเวลาของระบบ

W_{k-1} คือ สัญญาณรบกวนที่ได้จากการวัด (Noise Measurement)

และจะได้สมการจากการวัดค่าเซนเซอร์ Z_k ที่เวลาหนึ่งๆ (Measurement Prediction) ดังนี้

$$Z_k = HX_{k-1} + V_k \quad (2-2)$$

โดยที่

Z_k คือ ค่าที่ได้จากการวัด

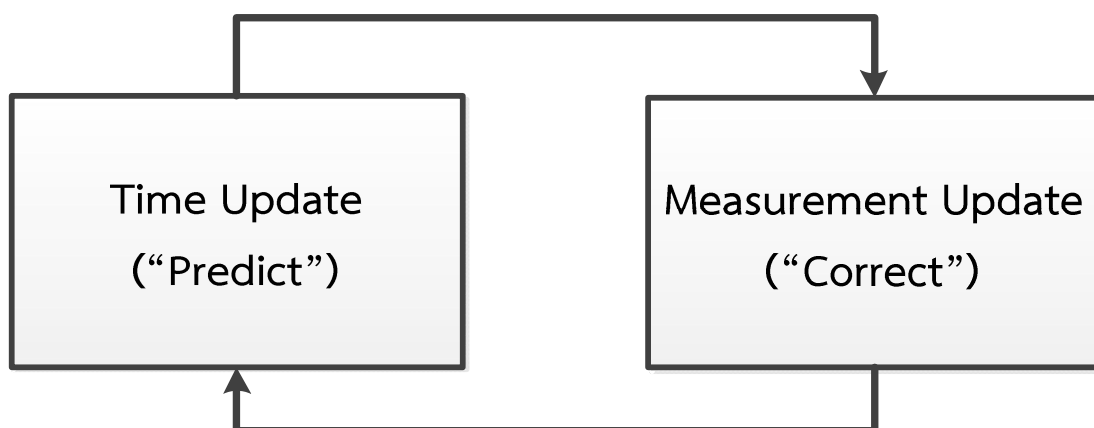
H คือ สมการถ่ายโอนของระบบ

X_{k-1} คือ สเตตของระบบที่เวลา $k-1$

V_k คือ สัญญาณรบกวนที่ได้จากการวัด

2.3.1 การทำงานของสมการ Kalman Filter

การทำงานของ Kalman Filter มีรูปแบบการทำงานแบบควบคุมการป้อนกลับของสัญญาณ (Feedback Control) ซึ่งก็คือการประมาณสเตตของกระบวนการขณะใดขณะหนึ่ง จากนั้นจะป้อนกลับไปในรูปแบบของการวัดสัญญาณรบกวน ซึ่งสามารถแบ่งสมการออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ สมการปรับเวลา (Time Update) และสมการปรับการวัด (Measurement Update) สมการปรับเวลา คือ ตัวที่ตอบสนองต่องานล่วงหน้าในสเตตปัจจุบัน และความแปรปรวน (Covariant) ในการประมาณที่ผิดพลาด เพื่อให้ได้มาซึ่งการประมาณล่วงหน้าของช่วงเวลาต่อไป และส่วนสมการปรับการวัดจะตอบสนองต่อการป้อนกลับ คือ การวัดครั้งใหม่จะถูกรวมเข้ากับการประมาณ เพื่อให้ได้มาซึ่งการปรับปรุงการประมาณล่วงหน้า โดยสมการปรับเวลาสามารถเรียกได้ว่าเป็น สมการตัวทำนาย (Predictor) และสมการปรับการวัดจะเรียกว่าเป็น สมการตรวจแก้ (Corrector) ดังภาพที่ 2.3 การทำงานสมการ Kalman Filter



ภาพที่ 2.3 การทำงานสมการ Kalman Filter

2.3.1.2 สมการปรับเวลา(Discrete Kalman Filter Time Update)

ประกอบด้วยสมการ 2 สมการดังนี้

$$\bar{X}_k = A\hat{X}_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (2-3)$$

$$\bar{P}_k = AP_{k-1}A^T + Q \quad (2-4)$$

โดยที่

$\bar{X}_k$ คือ สเตตของระบบที่ผ่านขั้นตอนการปรับแก้ที่เวลา k

A, B คือ สมการถ่ายโอนเวลาของระบบ

$\hat{X}_{k-1}$ คือ สเตตของระบบที่เวลา $k-1$

u_{k-1} คือ สเตตของระบบที่เวลา $k-1$

$\bar{P}_k$ คือ ความแปรปรวนร่วมของสเตตของระบบที่เกิดจากปรับแก้ที่เวลา k

P_{k-1} คือ ความแปรปรวนร่วมของสเตตของระบบที่เกิดจากการทำนายที่เวลา $k-1$

A^T คือ ทรานสโพสของเมทริกซ์ A

Q คือ ค่าความแปรปรวนของเซนเซอร์

2.3.1.2 สมการปรับการวัด(Discrete Kalman Filter Measurement Update)

ประกอบด้วยสมการ 3 สมการดังนี้

$$K_k = \bar{P}_k H^T (H \bar{P}_k H^T + R)^{-1} \quad (2-5)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x} K_k (z_k - H \hat{x}_k) \quad (2-6)$$

$$P_k = (I - K_k H) \bar{P}_k \quad (2-7)$$

โดยที่

K_k คือ Kalman Gain

$\bar{P}_k$ คือ ความแปรปรวนร่วมของสเตตของระบบที่เกิดจากปรับแก้ที่เวลา k

H^T คือ ทรานสโพสสมการถ่ายโอนของระบบ

H คือ สมการถ่ายโอนของระบบ

R คือ ความแปรปรวนจากการวัด

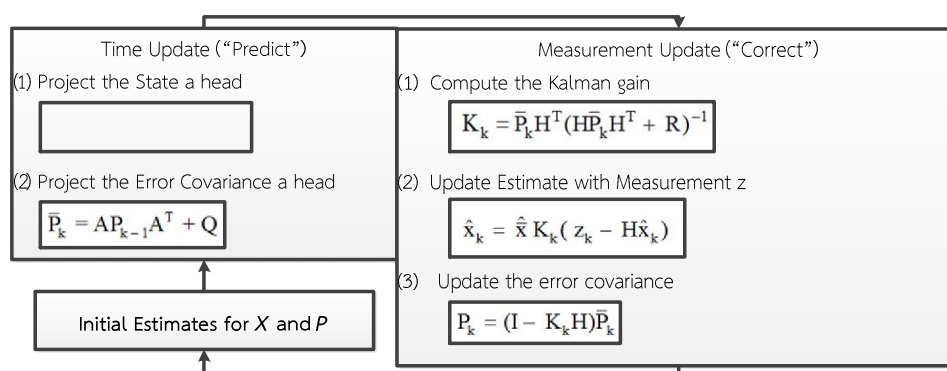
$\hat{x}_k$ คือ สเตตของระบบที่ผ่านขั้นตอนการปรับแก้ที่เวลา k

$\hat{x}$ คือ สเตตของระบบที่เกิดจากสเตตเดิมลบกับสเตตใหม่

z_k คือ ค่าที่ได้จากการวัด

P_k คือ ความแปรปรวนร่วมของสเตตของระบบที่ผ่านขั้นตอนการปรับแก้ที่เวลา k

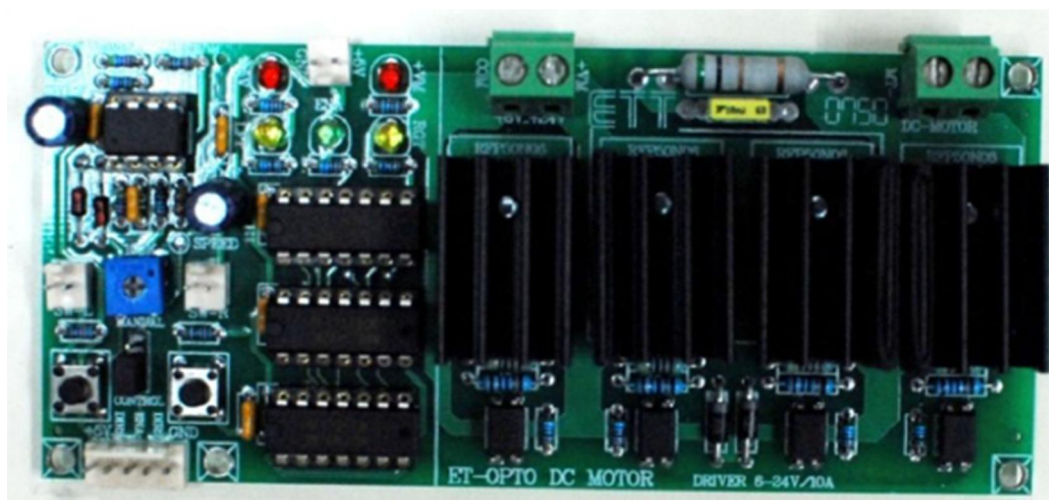
ในการออกแบบระบบ Kalman Filter เพื่อการใช้งาน จะต้องประกอบไปด้วยค่าความแปรปรวนจากการวัด(Measurement Error Covariance)หรือ R ซึ่งเป็นความแปรปรวนที่สามารถหาได้จากการประมวลผลของการวัดก่อนหน้านี้ แต่ในการคำนวณหาค่าความแปรปรวนของเซนเซอร์(Process Noise Covariance)หรือ Q ทำได้ยากมาก ด้วยเหตุนี้จึงต้องมีการสุ่มหรือการประมาณค่าเพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ของแบบจำลองกระบวนการที่มีผลลัพธ์เป็นที่ยอมรับได้ ความสัมพันธ์ของระบบ Kalman Filter ทั้งระบบสามารถแบ่งเป็นลำดับได้ดังภาพที่ 2.4 กระบวนการทำงานของสมการ Kalman Filter



ภาพที่ 2.4 กระบวนการทำงานของสมการ Kalman Filter

2.4 วงจรขับกำลังมอเตอร์(Motor Driver)

วงจรขับกำลังมอเตอร์จะใช้บอร์ดสำเร็จรุ่น ET- MOSFET DC MOTOR DRIVER ดังภาพที่ 2.5
 บอร์ดสำเร็จรุ่นET- MOSFET DC MOTOR DRIVER



ภาพที่ 2.5 บอร์ดสำเร็จรุ่นET- MOSFET DC MOTOR DRIVER

2.4.1 ความสามารถในการใช้งาน มีดังนี้

2.4.1.1 ใช้มอสเฟต (Mosfet) ทำหน้าที่เป็นตัวขับมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงได้ตั้งแต่ 6 ถึง 24 โวลต์ ที่กระแส 5 แอมป์

2.4.1.2 แบ่งแหล่งจ่ายไฟเลี้ยงบอร์ดออกเป็น 2 ชุด คือ แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง 5 แอมป์ สำหรับไฟเลี้ยงบอร์ด และแหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสตรง 6 ถึง 24 โวลต์ สำหรับเลี้ยงมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

2.4.1.3 ใช้วงจรOpto-coupler เป็นตัวแยกราวด์ระหว่างแหล่งจ่ายทั้ง 2 ชุด เพื่อป้องกันความเสียหายของอุปกรณ์บนบอร์ด

2.4.1.4 สามารถควบคุมความเร็วมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงด้วยสัญญาณPWM (Pulse Width Modulation:PWM) ได้จากบอร์ดโดยตรงหรือจะเลือกส่งสัญญาณPWM ได้จากภายนอกบอร์ดเข้ามาควบคุมความเร็วแทนก็ได้

2.4.1.5 สามารถเปลี่ยนทิศทางการหมุนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงได้จากสวิทช์ที่อยู่บนบอร์ด และมีขั้วสำหรับต่อสวิทช์จากภายนอกบอร์ดเข้ามาควบคุมแทนสวิทช์บนบอร์ดก็ได้

2.4.1.6 มีช่องรับสัญญาณ 5 ขาสำหรับใช้ต่อกับไมโครคอนโทรลเลอร์ เพื่อใช้ส่งสัญญาณจากภายนอกมาควบคุมทิศทาง และความเร็วของการหมุนมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

2.4.1.7 บอร์ดรองรับการหยุดการหมุนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงได้ 2 แบบ ได้แก่ แบบหยุดหมุนทันที และแบบหยุดหมุนแบบช้า

2.4.2 ขั้นตอนการใช้งานบอร์ด มีดังนี้

2.4.2.1 ต่อมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงเข้าที่ขั้วต่อ

2.4.2.2 ต่อแหล่งจ่าย +5 โวลต์ เข้าที่ขั้วต่อ +5 โวลต์กับกราวด์ เพื่อเลี้ยงวงจรบอร์ด

2.4.2.3 ต่อไฟเลี้ยงมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง 6 ถึง 24 โวลต์ เข้าที่ขั้วต่อ โดยปรับ

แรงดันตามขนาดของมอเตอร์ที่จะใช้งาน

2.4.2.4 เปลี่ยนตัวเชื่อมต่อในโหมดที่ต้องการจะใช้งาน โดยมีให้เลือก 2 โหมดดังนี้

2.4.2.4.1 โหมดปรับด้วยมือ การใช้งานในโหมดนี้จะต้องเปลี่ยนตัวเชื่อมต่อมายังตำแหน่งของโหมดปรับด้วยมือ ซึ่งในโหมดนี้จะเป็นการควบคุมการหมุนและทิศทางของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ได้จากสวิตช์ที่จัดไว้ให้บนบอร์ดได้โดยตรง รวมทั้งยังสามารถปรับความเร็วของมอเตอร์ได้โดยการหมุนตัวต้านทานปรับค่าได้ที่อยู่บนบอร์ดได้อีกด้วยโดยไม่จำเป็นต้องอาศัยการควบคุมจากไมโครคอนโทรลเลอร์ เมื่อต้องการให้มอเตอร์หมุน สามารถกดสวิตช์ใดสวิตช์หนึ่งค้างเพื่อหมุนไปในทิศทางที่ต้องการ ในขณะที่กดสวิตช์ให้มอเตอร์หมุนอยู่นั้นผู้ใช้ก็สามารถ ปรับตัวต้านทานปรับค่าได้ เพื่อควบคุมความเร็วของมอเตอร์ให้หมุนช้าหรือหมุนเร็วได้ตามต้องการ เมื่อต้องการให้มอเตอร์หยุดหมุนก็เพียงปล่อยสวิตช์ที่กดอยู่ มอเตอร์ก็จะหยุดหมุน ถ้าต้องการให้มอเตอร์หยุดหมุนแบบฉับพลันให้ทำการกดสวิตช์อีกตัวหนึ่งร่วมด้วย

2.4.2.4.1 โหมดควบคุม การใช้งานในโหมดนี้จะต้องเปลี่ยนตัวเชื่อมต่อมายังตำแหน่งของโหมดควบคุม ซึ่งในโหมดนี้จะเป็นการควบคุมความเร็วการหมุนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง โดยใช้สัญญาณPWM จากภายนอก เช่น ไมโครคอนโทรลเลอร์ป้อนสัญญาณPWM เพื่อควบคุมความเร็วการหมุน ส่วนทิศทางการหมุนของมอเตอร์อาจจะยังคงใช้สวิตช์ที่อยู่บนบอร์ดได้เหมือนเดิมหรือ ถ้าต้องการใช้ไมโครคอนโทรลเลอร์ควบคุมทั้งความเร็วการหมุนและทิศทางการหมุนของมอเตอร์โดยไม่ใช้สวิตช์ หรือ ตัวต้านทานปรับค่าได้ ที่จัดไว้ให้บนบอร์ดก็จะต้องต่อขาสัญญาณของไมโครคอนโทรลเลอร์ เข้าที่ขาควบคุมทิศทางที่ขั้วต่อ 5 ขาบนบอร์ด รวมทั้งต่อกราวด์ร่วมกัน ส่วนขา +5 โวลต์ที่มีบนขั้วต่อ 5 ขาของบอร์ดจะเป็นขาที่จ่ายหรือรับแรงดัน+5 โวลต์ สามารถนำมาใช้เป็นไฟเลี้ยงไมโครคอนโทรลเลอร์ที่นำมาใช้ควบคุมได้ แต่ถ้ามีไฟเลี้ยงอยู่แล้วก็ไม่จำเป็นต้องใช้ขานี้ต่อเพียงขากราวด์ร่วมกันอย่างเดียว โดยการจัดเรียงตำแหน่งของขั้วต่อ 5 ขาบนบอร์ดแสดงดังภาพที่ 2.6 การจัดเรียงขาขั้วต่อ 5 ขา บนบอร์ด



ภาพที่ 2.6 การจัดเรียงขาขั้วต่อ 5 ขา บนบอร์ด

เมื่อทำการเชื่อมต่อขาสัญญาณเรียบร้อยแล้วในการเขียนโปรแกรมผู้ใช้งานสามารถส่งสัญญาณPWM มาควบคุมการหมุนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงได้ตามตารางด้านล่าง ให้สังเกตว่าในการป้อนสัญญาณPWM ควบคุมความเร็วของมอเตอร์นั้นจะต้องป้อนเข้าที่ขาควบคุมการหมุนถ้าไม่ต้องการควบคุมความเร็วและยังคงให้มอเตอร์หมุนทำงานได้ที่ความเร็วเต็มที่จะต้องกำหนดให้ขาควบคุมการหมุนเปิดใช้งานไว้เสมอ ถ้าขาควบคุมการหมุนปิดใช้งานเมื่อไหร่ มอเตอร์ก็จะไม่หมุนหรือหยุดหมุน ซึ่งจะเป็นตามตารางดังนี้

ตารางที่ 2-1 แสดงการส่งสัญญาณควบคุมมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงจากภายนอก

ขาควบคุมการหมุน	ขาควบคุมทิศทาง 1	ขาควบคุมทิศทาง 2	สถานะมอเตอร์
0	ไม่สนใจสถานะ	ไม่สนใจสถานะ	หยุดหมุนแบบช้า
1	0	0	หยุดหมุนแบบช้า
1	0	1	หมุนตามเข็มนาฬิกา
1	1	0	หมุนทวนเข็มนาฬิกา
1	1	1	หยุดหมุนทันที

2.4.3 การทำงานของวงจร

2.4.3.1 เมื่อขาควบคุมการหมุนมีค่าเท่ากับ 0 จะไม่สนใจสถานะในส่วนขาควบคุมทิศทาง1 และขาควบคุมทิศทาง2 ทำให้ไม่มีแรงดันไปไบอัสให้กับมอสเฟตทั้งหมด ทำให้มอสเฟตไม่ทำงาน มอเตอร์ก็จะไม่หมุนหรือถ้าหมุนอยู่ก็จะหยุดหมุนแบบช้า

2.4.3.2 เมื่อขาควบคุมการหมุนมีค่าเท่ากับ 1 ส่วนขาควบคุมทิศทาง1 และขาควบคุมทิศทาง2 มีค่าเท่ากับ 0 จะมีลักษณะการทำงานเหมือนกับเงื่อนไขแรก

2.4.3.3 เมื่อขาควบคุมการหมุนมีค่าเท่ากับ 1 ส่วนขาควบคุมทิศทาง1มีค่าเท่ากับ 0และขาควบคุมทิศทาง2 มีค่าเท่ากับ 1 จะทำให้มอสเฟตตัวที่1 กับตัวที่4 ทำงาน ส่วนมอสเฟตตัวที่2 และตัวที่3 ไม่ทำงาน ส่งผลให้มีกระแสไหลจากมอสเฟส ตัวที่1 ผ่านมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงครบวงจรที่มอสเฟสตัวที่4 ลงกราวด์ทำให้มอเตอร์หมุนตามเข็มนาฬิกา

2.4.3.4 เมื่อขาควบคุมการหมุนมีค่าเท่ากับ 1 ส่วนขาควบคุมทิศทาง1 มีค่าเท่ากับ 1 และขาควบคุมทิศทาง2 มีค่าเท่ากับ 0 จะทำให้มอสเฟตตัวที่2 กับมอสเฟสตัวที่3 ทำงาน ส่วนมอสเฟสตัวที่1และมอสเฟสตัวที่4 ไม่ทำงาน ส่งผลให้มีกระแสไหลจากมอสเฟสตัวที่2 ผ่านมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงครบวงจรที่มอสเฟสตัวที่3 ลงกราวด์ ทำให้มอเตอร์หมุนทวนเข็มนาฬิกา

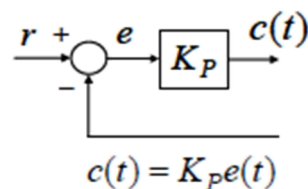
2.4.3.5 เมื่อขาควบคุมการหมุนมีค่าเท่ากับ 1 ส่วนขาควบคุมทิศทาง1 มีค่าเท่ากับ 1 และขาควบคุมทิศทาง2 มีค่าเท่ากับ 1 จะทำให้มอสเฟสตัวที่3 กับตัวที่4 ทำงาน ส่วนมอสเฟสตัวที่1

และมอเตอร์ตัวที่2 ไม่ทำงาน ส่งผลให้กระแสที่ไหลผ่านมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงอยู่ลงกราวด์ทันที ทำให้มอเตอร์หยุดหมุนแบบฉับพลัน

2.5 ตัวควบคุมการทำงาน

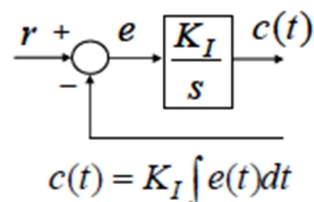
2.5.1 ตัวควบคุมแบบPID Control

2.5.1.1 ตัวควบคุมแบบสัดส่วน(Proportional Control:P) ลักษณะการทำงานคือการส่งสัญญาณเอาต์พุตออกมาเป็นสัดส่วนโดยตรงกับสัญญาณค่าความผิดพลาด(Error) โดยที่ฟังก์ชันการทำงาน แสดงดังภาพที่ 2.7 ฟังก์ชันการทำงานของตัวควบคุมแบบสัดส่วน



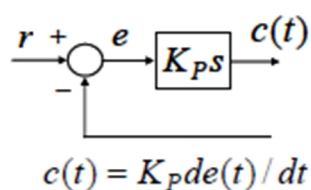
ภาพที่ 2.7 ฟังก์ชันการทำงานของตัวควบคุมแบบสัดส่วน

2.5.1.2 ตัวควบคุมแบบอินทิเกรต(Integral Control:I) ลักษณะการทำงานคือการส่งสัญญาณเอาต์พุตออกมาจากการอินทิเกรต(Integrat)จากสัญญาณค่าความผิดพลาด โดยที่ฟังก์ชันการทำงานแสดงดังภาพที่ 2.8 ฟังก์ชันการทำงานของตัวควบคุมแบบอินทิเกรต



ภาพที่ 2.8 ฟังก์ชันการทำงานของตัวควบคุมแบบอินทิเกรต

2.5.1.3 ตัวควบคุมแบบอนุพันธ์(Derivative Control:D) ลักษณะการทำงานคือการส่งสัญญาณเอาต์พุตออกมาจากการอนุพันธ์(Derivative)จากสัญญาณค่าความผิดพลาด โดยที่ฟังก์ชันการทำงานแสดงดังภาพที่ 2.9 ฟังก์ชันการทำงานของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

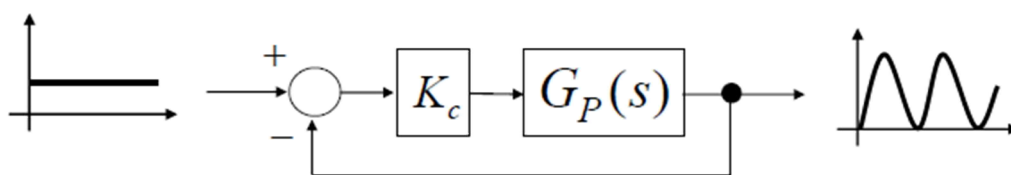


ภาพที่ 2.9 ฟังก์ชันการทำงานของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

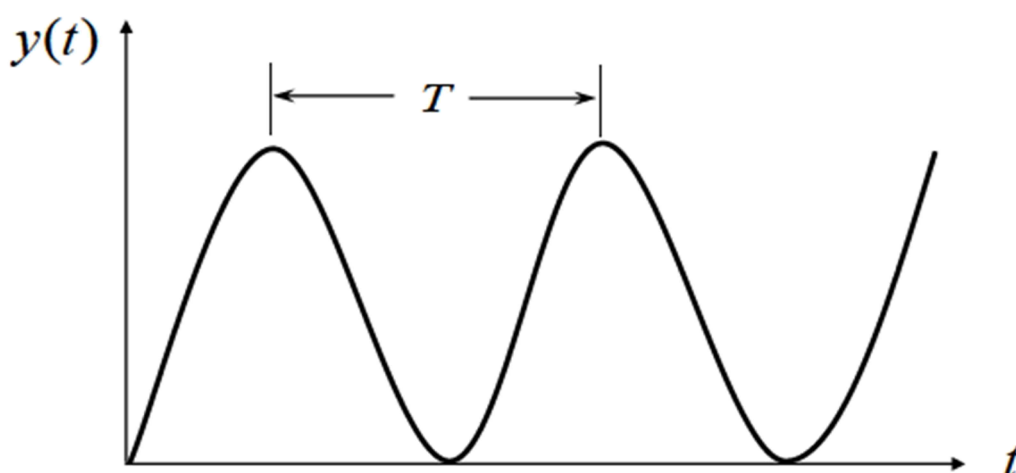
2.5.1.4 การปรับค่าอัตราขยายด้วยวิธีของZiegler-Nichols Compensation โดยการทดสอบวิธีนี้มีขั้นตอนดังนี้

ก. ต่อระบบควบคุมเป็นแบบวงรอบปิดด้วยตัวควบคุมแบบP
 ข. ทดสอบระบบด้วยสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นบันได(Step Signal)
 ค. ปรับค่าอัตราขยาย(Gain) ให้สูงขึ้น จนกระทั่งเกิดผลตอบสนองแบบไม่มีการหน่วง(Undamped) ภาพที่ 2.11 ลักษณะของผลตอบสนองที่ได้จากวิธีของZiegler-Nichols Compensation

ง. บันทึกค่าอัตราขยายและคาบเวลาของการแกว่งตัว
 จ. นำค่าอัตราขยายและคาบเวลาของการแกว่งตัวที่ได้ไปเข้าสูตร เพื่อหาค่าอัตราขยายที่เหมาะสมสำหรับตัวควบคุมแต่ละแบบ



ภาพที่ 2.10 การทดสอบระบบด้วยวิธีการของZiegler-Nichols Compensation



ภาพที่ 2.11 ลักษณะของผลตอบสนองที่ได้จากวิธีของZiegler-Nichols Compensation

จากนั้นนำค่าอัตราขยายและคาบเวลาของการแกว่งมาเข้าสู่สูตรเพื่อหาค่าอัตราขยายที่เหมาะสมของระบบควบคุมแบบPID Controlตามฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

ตารางที่ 2-2 การปรับค่าการขยายด้วยวิธีของZiegler-Nichols Compensation

ชนิดตัวควบคุม	
P	X_p มีค่าเท่ากับ $X_{p_c}/0.5$
PI	X_p มีค่าเท่ากับ $X_{p_c}/0.45$ T_n มีค่าเท่ากับ $0.85 \times T_c$
PID	X_p มีค่าเท่ากับ $X_{p_c}/0.6$ T_n มีค่าเท่ากับ $0.5 \times T_c$ T_d มีค่าเท่ากับ $0.12 \times T_n$

2.5.2 ตัวควบคุมแบบ Fuzzy Logic Control

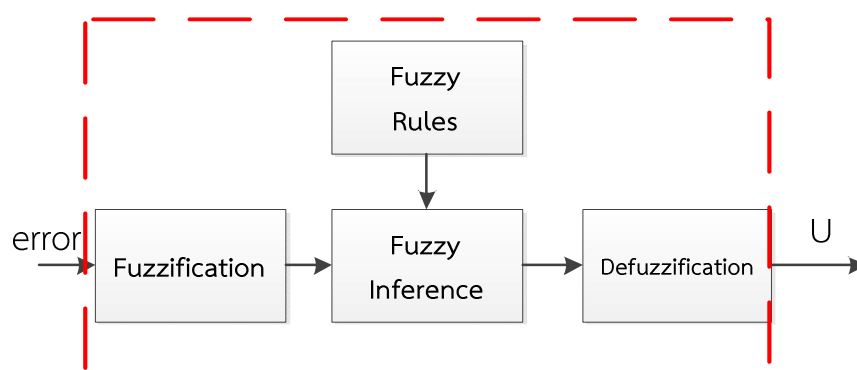
ตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control เป็นระบบด้านคอมพิวเตอร์ที่ทำงานโดยอาศัยตัวควบคุมแบบ Fuzzy Logic ที่คิดค้นโดย L. A. Zadeh ในปี ค.ศ. 1965 ซึ่งเป็นผลงานวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอก ตัวควบคุมแบบ Fuzzy Logic Control เป็นค่าที่อยู่บนพื้นฐานความเป็นจริงที่ว่าทุกสิ่งบนโลกแห่งความเป็นจริงไม่ใช่มีเฉพาะสิ่งมีความแน่นอนเท่านั้น แต่มีหลายสิ่งหลายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นอย่างไม่เที่ยงและไม่แน่นอน(Uncertain) อาจเป็นสิ่งที่คลุมเครือ(Fuzzy) ไม่ใช่ชัดเจน(Exact) ยกตัวอย่างเช่น เซตของอายุคน อาจแบ่งเป็น วัยทารก,วัยเด็ก,วัยรุ่น,วัยกลางคน, วัยชรา เป็นต้น จะเห็นได้ว่าในแต่ละช่วงอายุคนไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่าวัยทารกกับวัยเด็กแยกจากกันแน่ชัดช่วงใด วัยทารกอาจถูกตีความว่าเป็นอายุระหว่าง 0 ถึง 1 ปี บางคนอาจตีความว่าวัยทารกอยู่ในช่วงอายุ 0 ถึง 2 ปี ในทำนองเดียวกันวัยเด็กและวัยรุ่น ก็ไม่สามารถระบุได้ชัดเจนว่าช่วงต่อของอายุควรจะอยู่ในช่วงใด อาจตีความว่าวัยเด็กมีอายุอยู่ในช่วง 1 ถึง 12 ปี หรืออาจเป็น 2 ถึง 10 ปี สิ่งเหล่านี้เป็นตัวอย่างของความไม่แน่นอน ซึ่งเป็นลักษณะทางธรรมชาติที่เกิดขึ้นทั่วไป เซตของเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอนเช่นนี้เรียกว่าFuzzy Set

จากแนวความคิดของ Zadeh เกี่ยวกับความไม่แน่นอนได้มีการขยายแนวคิดเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในด้านต่าง ๆ มากมายจนนับไม่ถ้วน ได้มีนักวิจัยได้คิดค้นทฤษฎีเสริมกับแนวคิดเดิมจนทำให้Fuzzy Setโดดเด่นในวงการคอมพิวเตอร์ ถึงแม้ว่าFuzzy Setจะนำเสนอจากคนอเมริกันแต่ประเทศอเมริกาก็ไม่ได้นำไปประยุกต์ใช้อย่างจริงจังในช่วงต้น ๆ แต่ประเทศญี่ปุ่นเล็งเห็นคุณค่าของศาสตร์ด้านนี้ได้เป็นผู้บุกเบิกFuzzy Setทางการค้า โดยได้นำไปประยุกต์ใช้ในเครื่องใช้ไฟฟ้ามากมาย เช่น เครื่องปรับอากาศ,เครื่องซักผ้า,หม้อหุงข้าว เป็นต้น โดยที่ในยุคปัจจุบันประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับศาสตร์นี้มากขึ้น จึงได้มีการทุ่มงบประมาณให้กับการวิจัยมากขึ้น ตัวควบคุมแบบ Fuzzy Logic Controlจึงได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานต่าง ๆ มากมาย ตัวอย่างเช่น โครงการอวกาศ NASA และโครงการด้านการทหาร

ตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control เป็นตัวควบคุมไม่เป็นเชิงเส้น ที่มีการป้อนกลับแบบอัตโนมัติซึ่งถูกออกแบบขึ้นจากรากฐานความรู้ของมนุษย์ และมีการพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องเป็นตัวแปรเชิงภาษามนุษย์(linguistic language) ส่งผลให้ตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control มีข้อดีหลายประการ คืออัตราการขยายอยู่ในช่วงกว้าง ให้ผลตอบสนองที่รวดเร็ว มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนเหมาะกับระบบที่มีค่าตัวแปรที่ไม่แน่นอน และการออกแบบไม่ซับซ้อนเข้าใจง่าย

2.5.2.1 โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control

โครงสร้างของตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control จะแสดงในภาพที่ 2.12 จากภาพจะเห็นได้ว่าในระบบควบคุมจะเริ่มที่ขั้นตอนการจัดค่าความเป็นสมาชิก(Fuzzification) ซึ่งเป็นการนำค่าที่รับเข้ามาในระบบแปลงเป็นFuzzy Set จากนั้นจะเข้าสู่ขั้นตอนการหาความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุต(Fuzzy Inference) ก็จะทำการประมวลผลการควบคุมกับกฎตัวควบคุม(Fuzzy Rule) และส่งต่อไปที่ขั้นตอนการถอดรหัสความเป็นสมาชิก(Defuzzification)ซึ่งเป็นขั้นตอนการแปลงค่าจากFuzzy Setให้เป็นค่าที่ใช้ควบคุมจริง(Crisp) โดยโครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Controlแสดงได้ดังภาพที่ 2.12 โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control



ภาพที่ 2.12 โครงสร้างพื้นฐานของตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control

ซึ่งจากภาพสามารถสรุปได้ ดังนี้

2.5.2.1 การจัดค่าความเป็นสมาชิก คือกระบวนการที่ทำการแปลงค่าอินพุตที่วัดได้ (Numerical Input) จากกระบวนการจริงไปเป็นค่าFuzzy Set เพื่อให้เป็นอินพุตให้ระบบและจะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของตัวแปรทางภาษาที่เหมาะสมเพื่อนำไปใช้ต่อไป

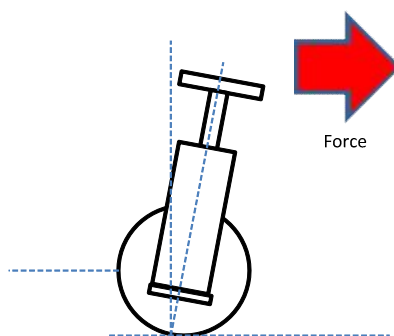
2.5.2.2 การหาความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุต คือกระบวนการวิเคราะห์ระหว่างกฎตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control กับความสัมพันธ์ระหว่างการจัดค่าความเป็นสมาชิก เพื่อที่จะส่งต่อเข้าการถอดรหัสความเป็นสมาชิก เพื่อวิเคราะห์หาค่าของเอาต์พุตตามกฎที่ได้ตั้งไว้

2.5.2.3 กฎตัวควบคุมแบบFuzzy Logic Control คือกระบวนการตั้งข้อกำหนดระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตจะอยู่ในรูปแบบเงื่อนไขต่างๆโดยส่วนใหญ่จะใช้ตัวแปรทางภาษาเพื่อกำหนดกฎ เช่น ถ้า...แล้ว (if...and...then)

2.5.2.4 การถอดรหัสความเป็นสมาชิก (Defuzzification) คือกระบวนการทำการแปลงจากค่าตัวแปรทางภาษาโดยจะใช้หลักการหาจุดศูนย์กลางมวล(Center of Area) ซึ่งเป็นกรรมวิธีที่ให้ผลค่อนข้างดี เพราะจุดศูนย์กลางของพื้นที่น่าจะเป็นตัวแทนที่ดีที่สุดของเซตนั้น เพื่อส่งค่าตัวเลขออกไปขับเอาต์พุต

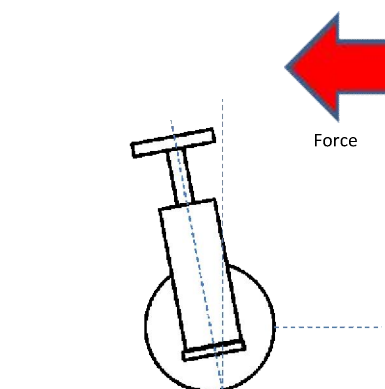
2.6 ทฤษฎีการรักษาสมดุล

ในการรักษาสมดุลของระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสถิตแนวตรงนั้นจะรักษาสถิตได้จำเป็นต้องอาศัยแรงผลักดันจากแรงย้อนกลับของมอเตอร์ที่กระทำกับล้อคือ เมื่อมองศาเกิดการล้มไปทางด้านหน้าล้อของระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสถิตแนวตรงจะต้องไปทางด้านหน้า เพื่อให้เกิดแรงย้อนกลับที่ตัวรถทำให้มุมของตัวรถเกิดการกลับสู่มุมเดิมของระบบ เพื่อทำให้เกิดการรักษาสมดุล ดังภาพที่ 2.13 ทิศทางแรงที่ต้องจ่ายให้มอเตอร์เพื่อระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสถิตแนวตรงเกิดการรักษาสถิตในมุมล้มหน้า



ภาพที่ 2.13 ทิศทางแรงที่ต้องจ่ายให้มอเตอร์ เพื่อระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสถิตแนวตรงเกิดการรักษาสถิตในมุมล้มหน้า

เมื่อมองศาเกิดการล้มไปทางด้านหลังล้อของระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสถิตแนวตรงจะต้องไปทางด้านหลัง เพื่อให้เกิดแรงย้อนกลับที่ตัวรถทำให้มุมของตัวรถเกิดการกลับสู่มุมเดิมของระบบ เพื่อทำให้เกิดการรักษาสมดุล ดังภาพที่ 2.14 ทิศทางแรงที่ต้องจ่ายให้มอเตอร์เพื่อระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสถิตแนวตรงเกิดการรักษาสถิตในมุมล้มหลัง



ภาพที่ 2.14 ทิศทางแรงที่ต้องจ่ายให้มอเตอร์เพื่อระบบขับเคลื่อนล้อเดียวรักษาสสมดุลแนวตรง
เกิดการรักษาสสมดุลในมุมล้มหลัง

2.7 ทฤษฎีโมเมนต์และการรักษาสสมดุลของแรง

โมเมนต์(Moment) หมายถึง ผลของแรงที่กระทำต่อวัตถุหมุนไปรอบจุดคงที่ซึ่งเรียกว่า
จุดฟัลคัม(Fulcrum)

ค่าของโมเมนต์หาได้จากผลคูณของแรงที่มากระทำกับระยะที่วัดจากจุดฟัลคัมมาตั้งฉากกับ
แนวแรง ดังสูตรต่อไปนี้

$$M = F \times S \quad (2-8)$$

โดยที่

M คือ โมเมนต์ มีหน่วยเป็น นิวตัน-เมตร (N.m)

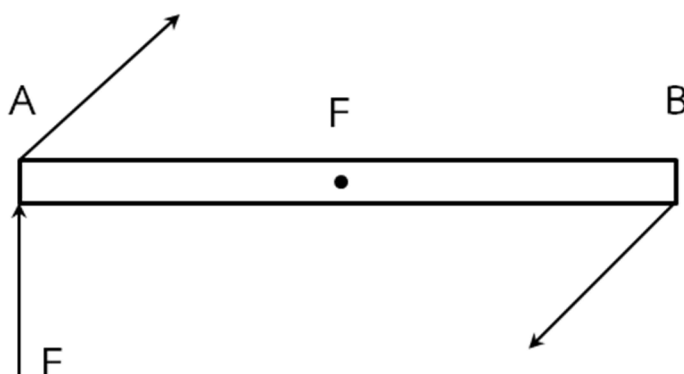
F คือ แรงที่กระทำ มีหน่วยเป็น นิวตัน (N)

S คือ ระยะทางจากจุดหมุนถึงจุดฟัลคัม มีหน่วยเป็น เมตร (m)

2.7.1 ทิศทางของโมเมนต์ มี 2 ทิศทาง ดังนี้

2.7.1.1 โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

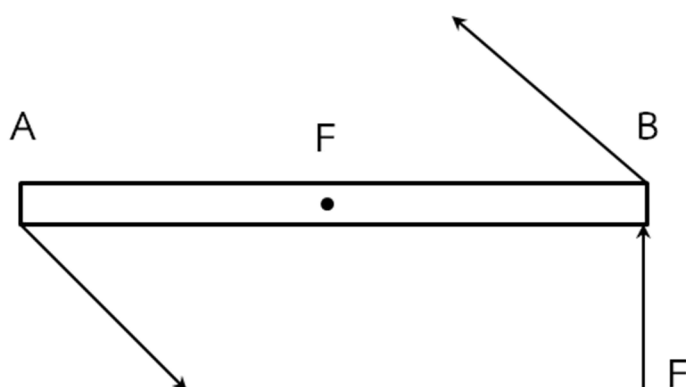
คาน A B มีจุดหมุนที่ F มีแรงมากระทำ ที่ปลายคาน A จะเกิดโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา ดังภาพที่ 2.15 โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา



ภาพที่ 2.15 โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

2.7.1.2 โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา

คาน A B มีจุดหมุนที่ F มีแรงกระทำ ที่ปลายคาน B จะเกิดโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา ดังภาพที่ 2.16 โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา



ภาพที่ 2.16 โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา

2.7.2 กฎของโมเมนต์

เมื่อวัตถุหนึ่งถูกกระทำด้วยแรงหลายแรง แล้วทำให้วัตถุนั้นอยู่ในสภาวะสมดุลหรือวัตถุไม่เคลื่อนที่และไม่หมุน จะได้ว่า

$$\sum M_A = 0 \quad (2-9)$$

โดยที่

M_A คือ โมเมนต์ที่จุด A มีหน่วยเป็น นิวตัน-เมตร (N.m)

หรือ ในอีกสมการหนึ่งดังนี้

$$\Sigma M_{CW} = \Sigma M_{CCW} \quad (2-10)$$

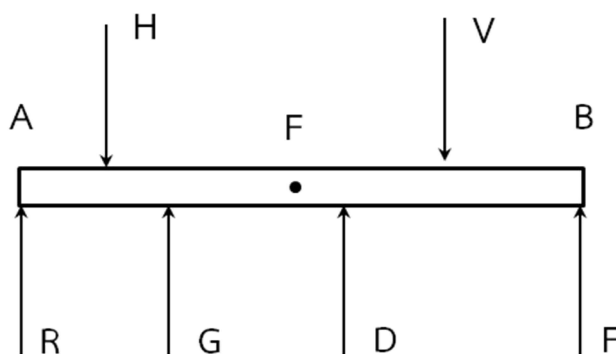
โดยที่

M_{CW} คือ โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา(clockwise) มีหน่วยเป็น นิวตัน-เมตร (N.m)

M_{CCW} คือ โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา(anticlockwise) มีหน่วยเป็น นิวตัน-เมตร (N.m)

ตัวอย่างแรงที่กระทำต่อวัตถุและวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุลแสดงได้ดังภาพที่ 2.17

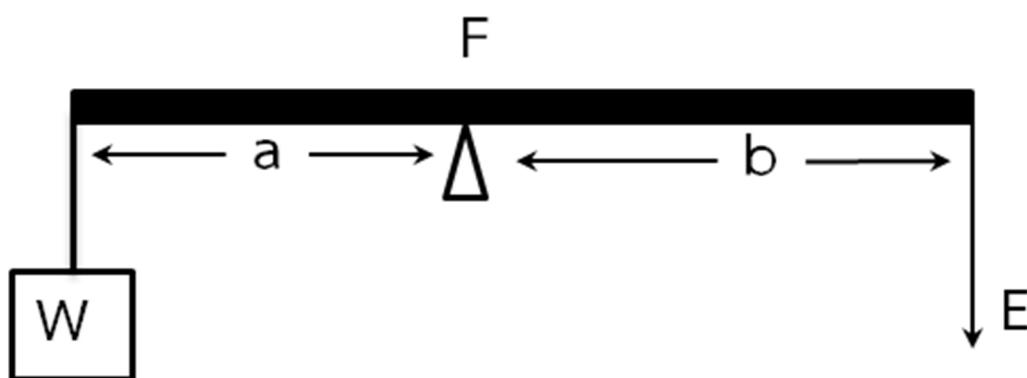
ตัวอย่างของวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล



ภาพที่ 2.17 ตัวอย่างของวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล

2.7.3 คาน

หลักการของโมเมนต์เรานำมาใช้กับอุปกรณ์ที่เรียกว่า คาน (lever) หรือคานดีดคานงัด คานเป็น สมมุติ เครื่องกลชนิดหนึ่งที่ใช้ติดตั้งวัตถุให้เคลื่อนที่รอบจุดพิลคัม มีลักษณะเป็นแท่งยาว หลักการทำงานของคานใช้หลักของโมเมนต์ ดังภาพที่ 2.18 ตัวอย่างของคานลักษณะดีด



ภาพที่ 2.18 ตัวอย่างของคานลักษณะดีด

ถ้าโจทย์ไม่กำหนดน้ำหนักคานมาให้แสดงว่าคานไม่มีน้ำหนัก จากภาพกำหนดให้

ดังนั้น จึงสามารถเขียนได้ว่า

$$W \times a = E \times b \quad (2-10)$$

โดยที่

W คือ แรงความต้านทาน หรือน้ำหนักของวัตถุ มีหน่วยเป็น นิวตัน(N)

E คือ แรงความพยายาม หรือแรงที่กระทำต่อคาน มีหน่วยเป็น นิวตัน(N)

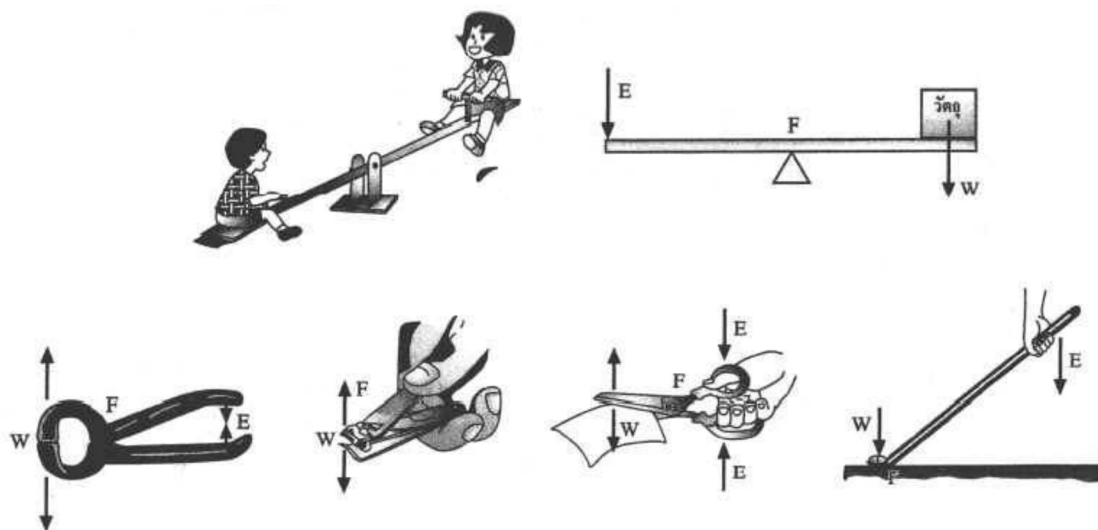
a คือ ระยะตั้งฉากจากจุดหมุนถึงแรงต้านทาน มีหน่วยเป็น เมตร(m)

b คือ ระยะทางตั้งฉากจากจุดหมุนถึงแรงพยายาม มีหน่วยเป็น เมตร(m)

โดยมี F เป็นจุดฟัลค์ม

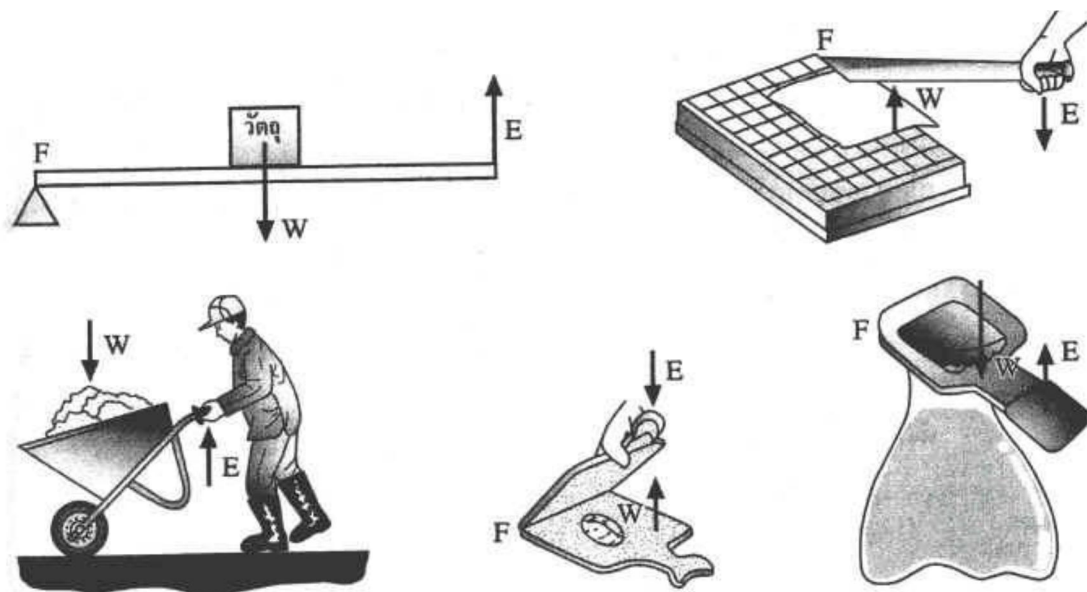
การจำแนกคานจำแนกได้ 3 ประเภทหรือ 3 อันดับดังนี้

2.7.3.1 คานอันดับที่ 1 เป็นคานที่มีจุดอยู่ระหว่างแรงความพยายามและแรงความต้านทาน เช่นกรรไกรตัดผ้า,กรรไกรตัดเล็บ,คีมตัดลวด,เรือแจว,ไม้กระดก เป็นต้น ดังภาพที่ 2.19 ตัวอย่างของคานอันดับที่ 1



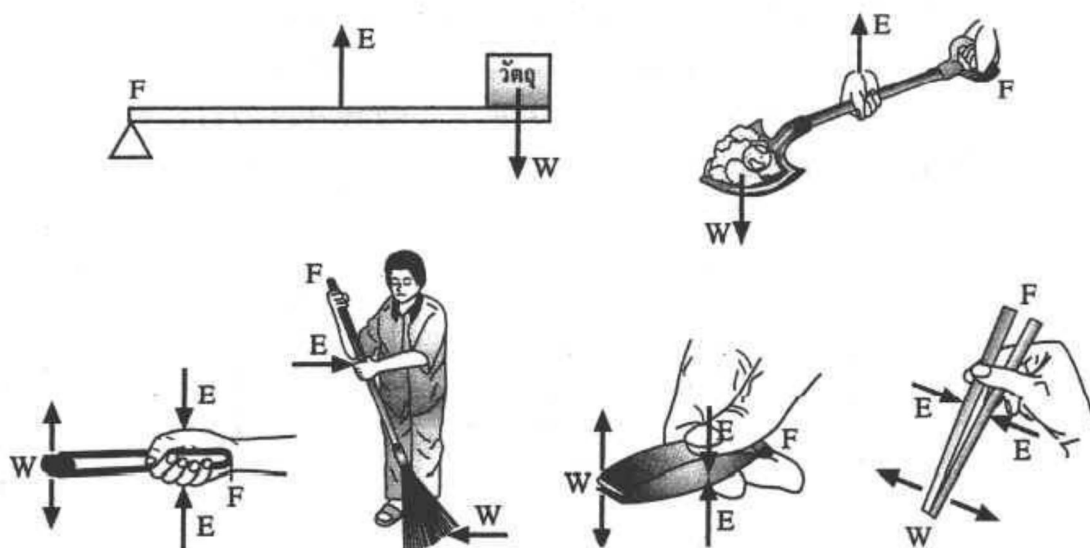
ภาพที่ 2.19 ตัวอย่างของคานอันดับที่ 1

2.7.3.2 คานอันดับ 2 เป็นคานที่มีแรงความต้านทานอยู่ระหว่างแรงความพยายามและจุดหมุน เช่น ที่เปิดขวดน้ำอัดลม,รถเข็นทราย,ที่ตัดกระดาษ เป็นต้นดังภาพที่ 2.20 ตัวอย่างของคานอันดับที่ 2



ภาพที่ 2.20 ตัวอย่างของคานอันดับที่ 2

2.7.2.3 คานอันดับที่ 3 เป็นคานที่มีแรงความพยายามอยู่ระหว่างแรงความต้านทานและจุดหมุน เช่น ตะเกียบ, คีมคีบถ่าน, แหนบ เป็นต้น ดังภาพที่ 2.21 ตัวอย่างของคานอันดับที่ 3



ภาพที่ 2.21 ตัวอย่างของคานอันดับที่ 3

การผ่อนแรงของคาน จะมีค่ามากหรือน้อยโดยดูจากระยะ E ถึง F และ W ว่าถ้าระยะ EF ยาวหรือสั้นกว่าระยะ WF ถ้าในกรณีที่ยาวกว่าก็จะช่วยผ่อนแรง ถ้าสั้นกว่าก็จะไม่ผ่อนแรง

2.7.4 หลักการและขั้นตอนการคำนวณเรื่องคานและโมเมนต์

2.7.4.1 วาดรูปคาน พร้อมกับแสดงตำแหน่งของแรงที่กระทำบนคานทั้งหมด

2.7.4.2 หาตำแหน่งของจุดหมุนหรือจุดพลิกครีမ် ถ้าไม่มีให้สมมติขึ้น

2.7.4.3 ถ้าโจทย์ไม่บอกน้ำหนักของคานมาให้ เราไม่ต้องคิदन้ำหนักของคานและถือว่าคานมีขนาดสม่ำเสมอทั่วทั้งคาน

2.7.4.4 ถ้าโจทย์บอกน้ำหนักคานมาให้ต้องคิदन้ำหนักคานด้วย โดยถือว่าน้ำหนักของคานจะอยู่จุดกึ่งกลางคานเสมอ

2.7.4.5 เมื่อคานอยู่ในสภาวะสมดุล โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา มีค่าเท่ากับโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

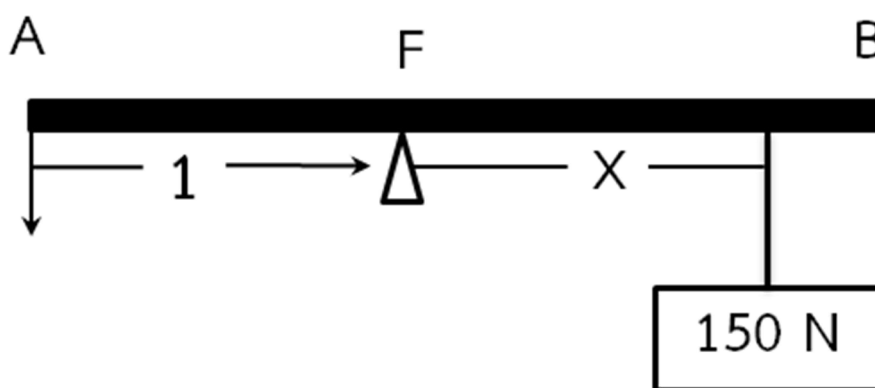
2.7.4.6 โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา หรือโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา มีค่าเท่ากับผลบวกของโมเมนต์ย่อยแต่ละชนิด

ตัวอย่างการคำนวณเรื่องโมเมนต์ มีจำนวน 3 ตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 คานอันหนึ่งเบามากมีน้ำหนัก 300 นิวตันแขวนที่ปลายคานข้างหนึ่ง และอยู่ห่างจุดหมุน 1 เมตร จงหาว่า จะต้องแขวนน้ำหนัก 150 นิวตัน ทางด้านตรงกันข้ามที่ใดคานจึงจะสมดุล

วิธีทำ สมมติให้แขวนน้ำหนัก 150 นิวตัน ห่างจากจุดหมุน F เท่ากับ X เมตร (คิदनโมเมนต์ที่จุด F)

ก. วาดรูปแสดงแนวทางของแรงที่กระทำบนคานทั้งหมด ดังภาพที่ 2.22 แรงที่กระทำบนคานทั้งหมดตัวอย่างที่ 1



ภาพที่ 2.22 แรงที่กระทำบนคานทั้งหมดตัวอย่างที่ 1

ข. ให้ F เป็นจุดหมุน หาค่าโมเมนต์ตามและโมเมนต์ทวน

โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา มีค่าเท่ากับ $150 \times (X)$ มีค่าเท่ากับ $150 X$ นิวตัน-เมตร

โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา มีค่าเท่ากับ $1 \times (300)$ มีค่าเท่ากับ 300 นิวตัน-เมตร

ค. ใช้กฎของโมเมนต์

$$\sum M_{CW} = \sum M_{CCW} \quad (2-10)$$

$150 \times X$ นิวตัน-เมตร มีค่าเท่ากับ 300 นิวตัน

X มีค่าเท่ากับ 300 นิวตัน-เมตร/ 150 นิวตัน

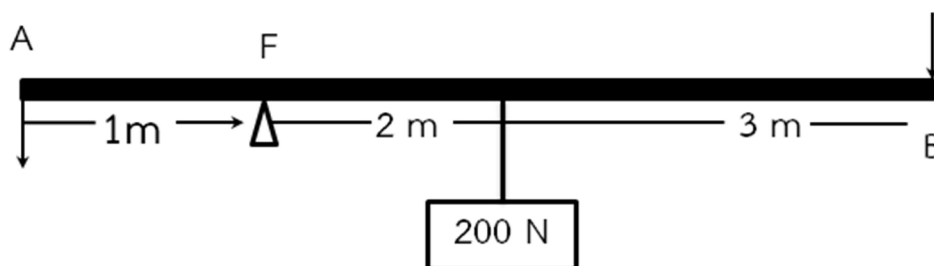
X มีค่าเท่ากับ 2 เมตร

คำตอบ คือต้องแขวนน้ำหนัก 150 นิวตัน ห่างจากจุดหมุน 2 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 คานยาว 6 เมตรหนัก 150 นิวตัน ใช้ดัดกอนหินซึ่งหนัก 3000 นิวตัน โดยวางให้จุดหมุนอยู่ห่างจากกอนหิน 1 เมตร จงหาว่าจะต้องออกแรงที่ปลายคานเพื่อดัดกอนหินเท่าไร

วิธีทำ

ก. วาดรูปแสดงแนวทางของแรงที่กระทำบนคานทั้งหมด ดังภาพที่ 2.23 แรงที่กระทำบนคานทั้งหมดตัวอย่างที่ 2



ภาพที่ 2.23 แรงที่กระทำบนคานทั้งหมดตัวอย่างที่ 2

ข. ให้ออกแรงที่จุด B มีค่าเท่ากับ X นิวตัน และคิดโมเมนต์ที่จุด F

$$\sum M_{CW} = \sum M_{CCW} \quad (2-10)$$

$(X \times 5) + (200 \times 2)$ นิวตัน-เมตร มีค่าเท่ากับ 1×3000 นิวตัน-เมตร

$5X + 400$ นิวตัน-เมตร มีค่าเท่ากับ 3000 นิวตัน-เมตร

$5X$ เมตร มีค่าเท่ากับ $3000 - 400$ นิวตัน-เมตร

$5X$ เมตร มีค่าเท่ากับ 2600 นิวตัน-เมตร

X มีค่าเท่ากับ 2600 นิวตัน-เมตร/ 5 เมตร

X มีค่าเท่ากับ 720 นิวตัน

คำตอบ คือต้องออกแรงพยายาม มีค่าเท่ากับ 720 นิวตัน

ตัวอย่างที่ 3 ไม่กระดานหกยาว 5 เมตร นาย ก. หนัก 400 นิวตัน ยืนอยู่ที่ปลาย A ส่วนนาย ข. หนัก 600 นิวตัน ยืนอยู่ที่ปลาย B อยากทราบว่าต้องวางจุดหมุนไว้ที่ใด คานจึงจะสมดุล

วิธีทำ สมมติให้จุดหมุนอยู่ห่างจากนาย ก. X เมตร

$$\sum M_{CW} = \sum M_{CCW} \quad (2-10)$$

600 (5- X) นิวตัน-เมตร มีค่าเท่ากับ 400 x X นิวตัน-เมตร

6(5-X) นิวตัน-เมตร มีค่าเท่ากับ 4X นิวตัน-เมตร

30 - 6X นิวตัน-เมตร มีค่าเท่ากับ 4X นิวตัน-เมตร

30 นิวตัน มีค่าเท่ากับ 10X นิวตัน-เมตร

X มีค่าเท่ากับ 3 เมตร

คำตอบ คือ จุดหมุนอยู่ห่างจาก นาย ก. 3 เมตร

2.7.5 การใช้โมเมนต์ในชีวิตประจำวัน

ความรู้เกี่ยวกับเรื่องของโมเมนต์สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันในด้านต่างๆมากมาย เช่น การเล่นกระดานหก, การหาบของ, ตราซังจีน, การแขวนโคมบายที่เปิดขวด, รถเข็น, คีม, ที่ตัดกระดาษ เป็นต้น หรือในการใช้เชือกหรือสลิงยึดคานเพื่อวางคานยื่นออกมาจากกำแพง